

George Pólya: El Padre de las Estrategias para la Solución de Problemas

Víctor M. Hernández y Martha C. Villalba G.

George Pólya nació en Hungría en 1887. Obtuvo su doctorado en la Universidad de Budapest y en su disertación para obtener el grado abordó temas de probabilidad. Fué maestro en el Instituto Tecnológico Federal en Zurich, Suiza. En 1940 llegó a la Universidad de Brown en E.U.A. y pasó a la Universidad de Stanford en 1942.

En sus estudios, estuvo interesado en el proceso del descubrimiento, o cómo es que se derivan los resultados matemáticos. Advirtió que para entender una teoría, se debe conocer cómo fue descubierta. Por ello, su enseñanza enfatizaba en el proceso de descubrimiento aún más que simplemente desarrollar ejercicios apropiados. Para involucrar a sus estudiantes en la solución de problemas, generalizó su método en los siguientes cuatro pasos:

- 1. Entender el problema.**
- 2. Configurar un plan**
- 3. Ejecutar el plan**
- 4. Mirar hacia atrás**

Las aportaciones de Pólya incluyen más de 250 documentos matemáticos y tres libros que promueven un acercamiento al conocimiento y desarrollo de estrategias en la solución de problemas. Su famoso libro *Cómo Plantear y Resolver Problemas* que se ha traducido a 15 idiomas, introduce su método de cuatro pasos junto con la heurística y estrategias específicas útiles en la solución de problemas. Otros trabajos importantes de Pólya son *Descubrimiento Matemático*, Volúmenes I y II, y *Matemáticas y Razonamiento Plausible*, Volúmenes I y II.

Pólya, que murió en 1985 a la edad de 97 años, enriqueció a las matemáticas con un importante legado en la enseñanza de estrategias para resolver problemas.

En suma, dejó los siguientes "Diez Mandamientos para los Profesores de Matemáticas":

1. Interésese en su materia.
2. Conozca su materia.
3. Trate de leer las caras de sus estudiantes; trate de ver sus expectativas y dificultades; póngase usted mismo en el lugar de ellos.
4. Dése cuenta que la mejor manera de aprender algo es descubriéndolo por uno mismo.
5. Dé a sus estudiantes no sólo información, sino el conocimiento de cómo hacerlo, promueva actitudes mentales y el hábito del trabajo metódico.
6. Permítales aprender a conjeturar.
7. Permítales aprender a comprobar.
8. Advierta que los rasgos del problema que tiene a la mano pueden ser útiles en la solución de problemas futuros: trate de sacar a flote el patrón general que yace bajo la presente situación concreta.
9. No muestre todo el secreto a la primera: deje que sus estudiantes hagan sus conjeturas antes; déjelos encontrar por ellos mismos tanto como sea posible.
10. Sugírales; no haga que se lo traguen a la fuerza.

El Método de Cuatro Pasos de Pólya.

Este método está enfocado a la solución de problemas matemáticos, por ello nos parece importante señalar alguna distinción entre "ejercicio" y "problema". Para resolver un **ejercicio**, uno aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta. Para resolver un **problema**, uno hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta. Esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, no importa que tan pequeño sea, es lo que distingue un problema de un ejercicio. Sin embargo, es prudente aclarar que esta distinción no es absoluta; depende en gran medida del estadio mental de la persona que se enfrenta a ofrecer una solución: Para un niño pequeño puede ser un problema encontrar cuánto es $3 + 2$. O bien, para niños de los primeros grados de primaria responder a la pregunta ¿Cómo repartes 96 lápices entre 16 niños de modo que a cada uno le toque la misma cantidad? le plantea un problema, mientras que a uno de nosotros esta pregunta sólo sugiere un ejercicio rutinario: "dividir $9 \div 4$ ".

Hacer ejercicios es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas: Nos ayuda a aprender conceptos, propiedades y procedimientos -entre otras cosas-, los cuales podremos aplicar cuando nos enfrentemos a la tarea de resolver problemas.

Como apuntamos anteriormente, la más grande contribución de Pólya en la enseñanza de las matemáticas es su Método de Cuatro Pasos para resolver problemas. A continuación presentamos un breve resumen de cada uno de ellos y sugerimos la lectura del libro "Cómo Plantear y Resolver Problemas" de este autor (está editado por Trillas).

Paso 1: Entender el Problema.

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Distingues cuáles son los datos?
- ¿Sabes a qué quieres llegar?
- ¿Hay suficiente información?
- ¿Hay información extraña?
- ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

Paso 2: Configurar un Plan.

- ¿Puedes usar alguna de las siguientes estrategias? (Una estrategia se define como un artificio ingenioso que conduce a un final).
 1. Ensayo y Error (Conjeturar y probar la conjetura).
 2. Usar una variable.
 3. Buscar un Patrón
 4. Hacer una lista.
 5. Resolver un problema similar más simple.
 6. Hacer una figura.
 7. Hacer un diagrama
 8. Usar razonamiento directo.
 9. Usar razonamiento indirecto.
 10. Usar las propiedades de los números.
 11. Resolver un problema equivalente.
 12. Trabajar hacia atrás.

13. Usar casos
14. Resolver una ecuación
15. Buscar una fórmula.
16. Hacer una simulación
17. Usar un modelo.
18. Usar análisis dimensional.
19. Identificar sub-metas.
20. Usar coordenadas.
21. Usar simetría.

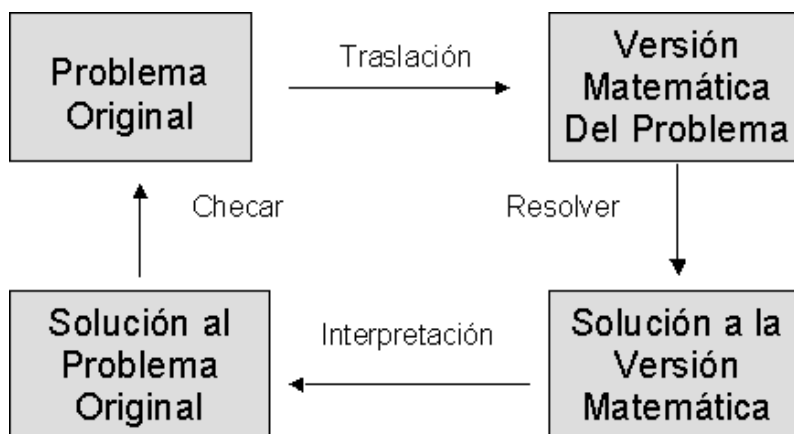
Paso 3: Ejecutar el Plan.

- Implementar la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción te sugiera tomar un nuevo curso.
- Concédete un tiempo razonable para resolver el problema. Si no tienes éxito solicita una sugerencia o haz el problema a un lado por un momento (¡puede que "se te prenda el foco" cuando menos lo esperes!).
- No tengas miedo de volver a empezar. Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conducen al éxito.

Paso 4: Mirar hacia atrás.

- ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?
- ¿Adviertes una solución más sencilla?
- ¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general?

Comúnmente los problemas se enuncian en palabras, ya sea oralmente o en forma escrita. Así, para resolver un problema, uno traslada las palabras a una forma equivalente del problema en la que usa símbolos matemáticos, resuelve esta forma equivalente y luego interpreta la respuesta. Este proceso lo podemos representar como sigue:



Algunas sugerencias hechas por quienes tienen éxito en resolver problemas:

Además del Método de Cuatro Pasos de Pólya nos parece oportuno presentar en este apartado una lista de sugerencias hechas por estudiantes exitosos en la solución de problemas:

1. Acepta el reto de resolver el problema.
2. Rescribe el problema en tus propias palabras.
3. Tómate tiempo para explorar, reflexionar, pensar...
4. Habla contigo mismo. Hazte cuantas preguntas creas necesarias.
5. Si es apropiado, trata el problema con números simples.
6. Muchos problemas requieren de un período de incubación. Si te sientes frustrado, no dudes en tomarte un descanso -el subconsciente se hará cargo-. Después inténtalo de nuevo.
7. Analiza el problema desde varios ángulos.
8. Revisa tu lista de estrategias para ver si una (o más) te pueden ayudar a empezar
9. Muchos problemas se pueden de resolver de distintas formas: solo se necesita encontrar una para tener éxito.
10. No tengas miedo de hacer cambios en las estrategias.
11. La experiencia en la solución de problemas es valiosísima. *Trabaja con montones de ellos*, tu confianza crecerá.
12. Si no estás progresando mucho, no vaciles en volver al principio y asegurarte de que realmente entendiste el problema. Este proceso de revisión es a veces necesario hacerlo dos o tres veces ya que la comprensión del problema aumenta a medida que se avanza en el trabajo de solución.
13. Siempre, *siempre* mira hacia atrás: Trata de establecer con precisión cuál fue el paso clave en tu solución.
14. Ten cuidado en dejar tu solución escrita con suficiente claridad de tal modo puedas entenderla si la lees 10 años después.
15. Ayudar a que otros desarrollen habilidades en la solución de problemas es una gran ayuda para uno mismo: No les des soluciones; en su lugar provéelos con sugerencias significativas.
16. **¡Disfrútalo!** Resolver un problema es una experiencia significativa.